



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA MATEMÁTICA**



ANDRÉ LUIZ OLIVEIRA CAPOANO

**O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA PARA O ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS: UMA
ANÁLISE DO DISCURSO COLETIVO**

**Dourados
2018**



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA MATEMÁTICA**



ANDRÉ LUIZ OLIVEIRA CAPOANO

**O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA PARA O ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS: UMA
ANÁLISE DO DISCURSO COLETIVO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Matemática – Licenciatura da
Universidade Federal da Grande Dourados,
como requisito parcial para obtenção de título de
Licenciado em Matemática, sob orientação do
Prof. Me. Tiago Dziekaniak Figueiredo

**Dourados
2018**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP).

C245u Capoano, Andre Luiz Oliveira

O uso do software Geogebra para o ensino de números complexos:
uma análise do discurso coletivo / Andre Luiz Oliveira Capoano --
Dourados: UFGD, 2018.

43f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Tiago Dziekaniak Figueiredo

TCC (Graduação em Matemática)-Universidade Federal da Grande
Dourados

Inclui bibliografia

1. Discurso do sujeito coletivo. 2. Números complexos. 3. Geogebra.
I. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

©Direitos reservados. Permitido a reprodução parcial desde que citada a fonte.

Trabalho apresentado à Banca Examinadora:

Prof. Me. Tiago Dziekaniak Figueiredo
(Orientador)

Profa. Dra. Maria de Fátima Baldez Rodrigues
(Membro)

Profa. Dra. Adriana Fátima de Souza Miola
(Membro)

Profa. Juliana Leal Salmasio
(Membro)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à minha mãe e ao meu pai que sempre me apoiaram e me ajudaram sempre que podiam, e grande parte do que sou hoje, foi por conta de estarem sempre presentes e me auxiliando e aconselhando.

A todos meus amigos e colegas por de alguma forma contribuírem na minha vida, seja com risadas, estudos, apoio entre outras coisas.

Ao meu orientador por aceitar meu pedido de orientação, feito bem em cima da hora.

A todos os membros da banca por aceitarem participar desta etapa de minha vida.

E a todas as pessoas que de alguma forma, influenciaram na minha vida.

Resumo

Nos tempos atuais onde cada vez mais a tecnologia se faz presente em nosso cotidiano, agrega-la ao ensino se faz extremamente necessário, tendo isto em mente, este trabalho busca fazer uma análise do uso de um dos vários *softwares* existentes atualmente, o GeoGebra, para o ensino de números complexos, visando entender a seguinte questão: Como o GeoGebra pode potencializar os processos de ensinar e aprender números complexos? Para a realização desta pesquisa, bem como sua análise, foi utilizado o método qualiquantitativo conhecido como Discurso do Sujeito Coletivo como proposta (DSC) de Lefèvre e Lefèvre, onde os sujeitos da pesquisa foram alunos de matemática da Universidade Federal da Grande Dourados UFGD. Como resultado, o trabalho foi capaz de mostrar como os participantes da pesquisa (futuros docentes) veem a potencialidade que existe na utilização das novas tecnologias do mundo atual e também entender quais benefícios elas oferecem que se destacam se comparadas ao ensino tradicional, sobretudo no que diz respeito aos números complexos.

Palavras-chave: Discurso do Sujeito Coletivo; Números Complexos; GeoGebra.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	08
2. O USO DE <i>SOFTWARES</i> NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA APROXIMAÇÃO PARA O ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS.....	12
3. METODOLOGIA DO TRABALHO.....	21
4. ANÁLISE DO DISCURSO COLETIVO.....	28
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	34
6. REFERÊNCIAS.....	36
7. APÊNDICE.....	38

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta uma pesquisa elaborada como Trabalho de Conclusão de Curso sobre a representação gráfica dos números complexos através do GeoGebra¹ e sua capacidade de potencializar a dinâmica de aula tanto para o professor como para o aluno. Os números complexos estão tratados na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2018, não de maneira explícita, mas sim, os contemplando fazendo referência ha algumas de suas aplicações, como podemos ver em uma das propostas das competências específicas, o seguinte item:

Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para analisar diferentes produções humanas como construções civis, obras de arte, entre outras (BNCC 2018, p 525).

As aplicações dos números complexos são diversas, desde a rotação no Plano de Argand-Gauss² até a Geometria Fractal³ e a Teoria dos Buracos Negros⁴. Uma vasta gama de utilizações que é desconhecida por grande parte das pessoas. Tal desconhecimento faz com que o aluno tenha mais dificuldades para entender e se interessar de fato pelo conteúdo, justamente por não enxergar facilmente a utilidade desde conjunto e não encontrarem muitas utilizações práticas que abordam o assunto em questão.

Meu primeiro contato com os números complexos se fez no terceiro ano do Ensino Médio no ano de 2014, a partir deste momento me interessei pelo assunto e já na escola percebia a grande dificuldade de compreensão por parte de meus colegas justamente por se tratar de números imaginários, os quais são formados por uma parte real e uma parte imaginária. Essa ideia causou uma

¹ Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. Sua distribuição é livre, e é escrito em linguagem de programação Java, estando disponível em diversas plataformas como Windows, Android, IOS, Linux entre outros. (Disponível no site do *software*, 2018).

² É um plano semelhante ao plano cartesiano usado para representar os números complexos. A parte imaginária fica no eixo das ordenadas e a parte real no eixo das abcissas.

³ Estuda figuras mais complexas que as presentes na geometria mais conhecida (Euclidiana), descrevendo propriedades que não podem ser descritas pela geometria Euclidiana.

⁴ Teoricamente, buracos negros são corpos presentes no universo que possuem uma massa enorme e que “sugam” tudo que segue em sua direção, não escapando deles nem mesmo a própria luz.

série de conflitos e pensamentos confusos. Era difícil abstrair a ideia de estarmos trabalhando com números que em parte “não existem”, que são imaginários. Penso que meu professor da época deve ter sofrido bastante para nos fazer aprender este conteúdo.

Como sempre convivi com uma professora em casa, minha mãe, meu pensamento sempre foi moldado ao como ensinar uma vez que sempre quando ia explicar algo para alguém eu buscava conhecer caminhos diferentes de dizer a mesma coisa buscando facilitar o entendimento do outro, e considero isto como sendo o principal para se tornar um educador, saber fazer do seu conhecimento uma ponte para despertar o conhecimento do outro, e não tentar transmitir algo que sabemos mas tentar fazer com que o outro possa adquirir novos conhecimentos.

Ao encontro disso, as ideias de D’Ambrosio (1996, p 90) corroboram com este pensamento, ao expressar que “a função do professor é a de um associado aos alunos na consecução da tarefa, e conseqüentemente na busca de novos conhecimentos. Alunos e professores devem crescer, social e intelectualmente, no processo”. Por conta destes e outros fatores acabei optando por fazer o curso de licenciatura em matemática na Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), já que sempre tive apreço e facilidade com a área de exatas, sobretudo a matemática.

Entrei na graduação em matemática no ano de 2015 e tive alguns contatos com os números complexos, desta vez de forma mais aprofundada. Na época a disciplina que tratava desse assunto se chamava Fundamentos da Matemática II, e trabalhando com estes números ditos imaginários, meu interesse neles foi ficando cada vez maior. Com o decorrer dos anos, conheci o *software* Geogebra nas disciplinas de práticas de ensino, assim como também conheci diversas práticas metodológicas as quais nunca tinha ouvido falar antes. Um grande exemplo foi o ensino exploratório, e como diz Canavarro (2011, p.11):

O ensino exploratório da Matemática defende que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva. Os alunos têm a possibilidade de ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgir com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática.

Porém o mais interessante dessa minha trajetória, além de conhecer todas estas possibilidades, foi aprender como aliar os *softwares* as metodologias, buscando melhorar a dinâmica da aula. Tendo isto, e após conhecer e utilizar o GeoGebra, e também conhecendo a oportunidade que o mesmo gera, pensei em como seria expressar os números complexos nele, como seria uma aula na qual foge ao padrão giz e lousa para o ensino desse conteúdo? Foi então que no primeiro semestre de 2018, tive contato com a disciplina de Informática na Educação Matemática, onde conheci mais de perto a utilização de vários *softwares* educativos no auxílio do ensino da matemática.

Em todo esse período, vendo novas formas de apresentar e ensinar os conteúdos, pensei em como teriam sido minhas aulas no Ensino Médio se estas metodologias e *softwares* que antes eram desconhecidos para mim, fossem aplicados nos conteúdos vistos. Nos números complexos que são o assunto em questão, de que formas seriam possíveis, quais métodos e como eles influenciariam no ensino deste conjunto tão curioso?

Após toda essa caminhada e pelo interesse que os números complexos geraram em minha pessoa, foi levantada uma questão, como tive a oportunidade de ver o difícil entendimento do conceito de números imaginários por conta dos alunos, optei por escolher trabalhar com os números complexos, e também por já conhecer e gostar do *software* GeoGebra, pensei, como será que o GeoGebra poderia influenciar no entendimento desse conteúdo? Gerando assim, o problema de pesquisa: **Como o GeoGebra pode potencializar os processos de ensinar e aprender números complexos?**

Para nortear a pesquisa elencamos alguns objetivos:

- **Analisar o potencial do *software* para o entendimento dos números complexos no plano de Argand-Gauss;**

- **Verificar como a aprendizagem com o uso do GeoGebra se faz na explicação dos conceitos dos números complexos;**
- **Entender como se dá interação com o *software* para a resolução de problemas;**

2. O USO DE *SOFTWARES* NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA APROXIMAÇÃO PARA O ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS

A grande maioria do período escolar estudamos os números que estão contidos no conjunto dos números reais (R). Geralmente ao final do 3º ano do Ensino Médio é que conhecemos o conjunto dos números complexos (C). Vamos então conhecer melhor este conjunto. A parte matemática deste trabalho foi baseada no livro Fundamentos da Matemática Elementar Vol. 6 de Gelson lezzi.

Os números complexos são aqueles da forma tal que teremos o produto cartesiano $R \times R = R^2 = \{(x, y) \mid x \in R \text{ e } y \in R\}$.

Esta é sua escrita em forma de par ordenado, porém o grande diferencial desde números é a Unidade Imaginária indicada pela letra i , e o par ordenado que a representa é $(0,1)$. A unidade i representa $\sqrt{-1}$, ou seja, $i^2 = -1$.

Aí temos sua particularidade perante aos demais conjuntos, aqui iremos trabalhar com raízes de números negativos. Outra forma de representar os números complexos e também a mais conhecida é na forma $z = a + bi$, onde a é a parte real e bi é a parte imaginária. Quando $b = 0$ dizemos que z é um número real, e quando $a = 0$ dizemos que z é imaginário puro. No plano de Argand-Gauss o valor de a representa o eixo das abcissas (x) e b o eixo das ordenadas (y).

Os números complexos possuem, como todo número, algumas propriedades, como por exemplo, a operação de adição no conjunto dos complexos nos dá as propriedades que seguem:

- I) Propriedade Associativa: $(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3)$ para todo número pertencente aos complexos;
- II) Propriedade Comutativa: $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$;
- III) Existência do Elemento Neutro: Existe e_a tal que $z + e_a = z$, no caso teremos $e_a = 0 + 0i$;
- IV) Existência do Elemento Simétrico: Dado z , existe z' tal que $z + z' = e_a$.

As operações de adição com números complexos devem ser feitas da seguinte maneira, parte real somada com parte real, e parte imaginária com parte imaginária como segue:

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

Já as operações de multiplicação com números se fazem da seguinte maneira:

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Possuindo as seguintes propriedades na multiplicação:

- I) Propriedade Associativa: $(z_1 \cdot z_2) \cdot z_3 = z_1 \cdot (z_2 \cdot z_3)$ para todo número pertencente aos complexos;
- II) Propriedade Comutativa: $z_1 \cdot z_2 = z_2 \cdot z_1$;
- III) Existência do Elemento Neutro: Existe e_m tal que $z \cdot e_m = z$, no caso teremos $e_m = 1 + 0i$;

Existência do Elemento Inverso: Dado z , existe z'' tal que $z \cdot z'' = e_m$.

Os números complexos também possuem o Conjugado de z , é chamado de conjugado do número complexo $z = a + bi$ o número complexo $\bar{z} = a - bi$.

Outro ponto muito importante a se explorar é a relação que os números complexos tem com a rotação de um vetor no plano, por exemplo, dado o ponto $A = (1,0)$ no plano, sabemos que se multiplicarmos o mesmo por -1 , teremos uma rotação de 180° no vetor que parte da origem até este ponto, resultando em $-A = (-1,0)$. Agora se quisermos uma rotação de apenas 90° ? Por qual valor devemos multiplicar $A = (1,0)$ para obtermos $Z = (0,1)$?

A resposta para estas perguntas está nos números complexos, multiplicaremos então A pela unidade imaginária $i = (0,1)$ como vimos. Teremos então, pela multiplicação de números complexos, que:

$$Ai = (1,0)(0,1) = (1 \cdot 0 - 0 \cdot 1, 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0) = (0,1)$$

Fazendo então a rotação de 90° pedida.

Já foi possível notar que os números complexos possuem uma vasta gama de termos diferentes para se utilizar neste conjunto tão curioso, existem grandes livros que abordam o assunto como por exemplo o próprio livro tomado

como base para esta parte, Fundamentos da Matemática Elementar Vol. 6 de Gelson Iezzi.

Sobre tudo, mais um ponto a se levar em consideração é, como explicar os números complexos em um gráfico? Pois estamos trabalhando com números que possuem uma parte imaginária, como representar isso? No plano cartesiano? Sabemos que existe um plano próprio para os números complexos, que é o plano de Argand-Gauss, porém onde este plano está em relação ao plano cartesiano, como explicar isso para o aluno?

A grande resposta para tudo isso está justamente na tecnologia, na atualidade cada vez mais vemos novos *softwares* educativos voltados para o ensino da matemática, cada vez mais estes programas se aperfeiçoam a medida que a tecnologia evolui, por não utiliza-los para o ensino de números complexos?

Um grande exemplo de *software* com grande potencial para isto é o Geogebra, um programa gratuito e disponível para a maioria dos sistemas operacionais, como Android, iOS, Windows, e que como pode ser encontrado no próprio site do programa:

[...] é um *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O GeoGebra se tornou um líder na área de *softwares* de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (Disponível no site do *software*, 2018).

Com ele é possível representar funções, retas, segmentos de retas, pontos, vetores e analisar o comportamento destes itens no plano. E nos traz uma grande vantagem, como vai dizer Petla em 2008:

[...] o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria, com as mais avançadas da álgebra e do cálculo. Assim tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica (PETLA 2008, p. 20).

Isso de fato abre caminhos importantes para o aprendizado, visto que a observação de ambas as representações no plano pode levar a um melhor entendimento do conteúdo, no caso dos números complexos seria melhor visualizada sua capacidade de rotação e o que acontece com este conjunto.

O GeoGebra também já foi avaliado e aprovado por diversas referências do ensino, não só de matemática, mas como em outras fontes, como também podemos ver no Quadro I alguns prêmios que o programa já ganhou, mostrando a qualidade e potencialidade do programa:

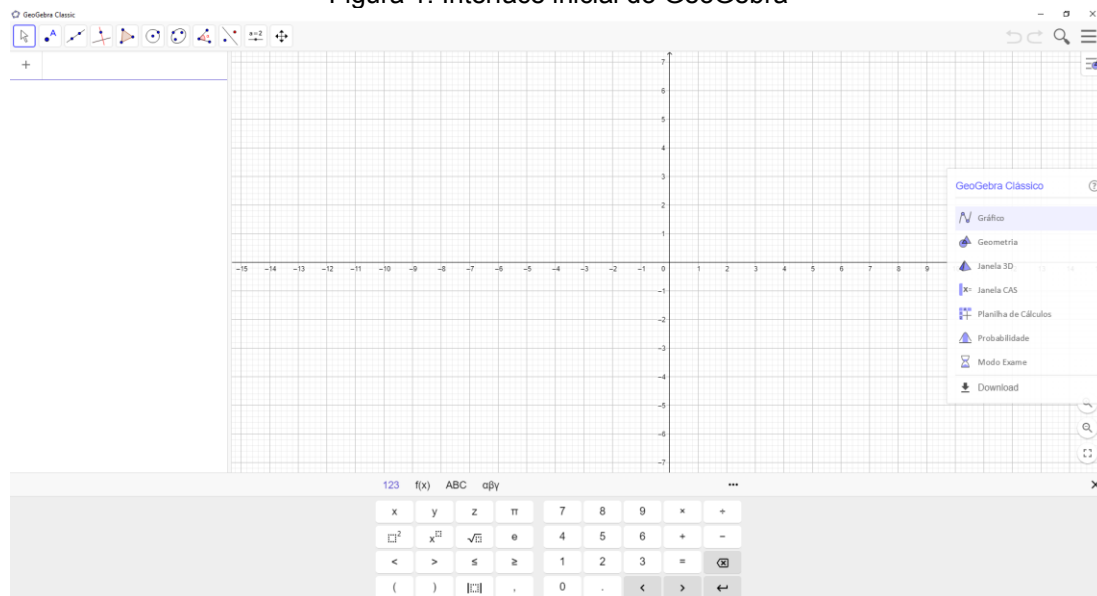
Quadro I: Lista de Prêmios do *Software* GeoGebra

- Archimedes 2016: MNU Award in category Mathematics (Hamburg, Germany)
- Microsoft Partner of the Year Award 2015: Finalist, Public Sector: Education (Redmond, WA, USA)
- MERLOT Classics Award 2013: Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching (Las Vegas, Nevada, USA)
- NTLC Award 2010: National Technology Leadership Award (Washington D.C., USA)
- Tech Award 2009: Laureat in the Education Category (San Jose, California, USA)
- BETT Award 2009: Finalist in London for British Educational Technology Award
- SourceForge.net Community Choice Awards 2008: Finalist, Best Project for Educators
- AECT Distinguished Development Award 2008: Association for Educational Communications and Technology (Orlando, USA)
- Learnie Award 2006: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- eTwinning Award 2006: 1st prize for "Crop Circles Challenge" with GeoGebra (Linz, Austria)
- Les Trophées du Libre 2005: International Free Software Award, category Education (Soisson, France)
- Comenius 2004: German Educational Media Award (Berlin, Germany)
- Learnie Award 2005: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- digita 2004: German Educational Software Award (Cologne, Germany)
- Learnie Award 2003: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- EASA 2002: European Academic Software Award (Ronneby, Sweden)

Fonte: Disponível no site do *software*, 2018

Vamos conhecer um pouco da interface do *software* GeoGebra, podemos ver na Figura 1 abaixo a interface inicial do mesmo:

Figura 1: Interface inicial do GeoGebra



Fonte: O Autor

No canto superior esquerdo temos a barra de ferramentas, vide Figura 2:

Figura 2: Barra de Ferramentas



Fonte: O Autor

Como podemos ver, existem 11 itens, e cada um destes itens possui funções específicas que podem ser selecionadas através do menu. Entre eles temos o primeiro item, vide Figura 3, nele temos a função mover, mão livre e caneta;

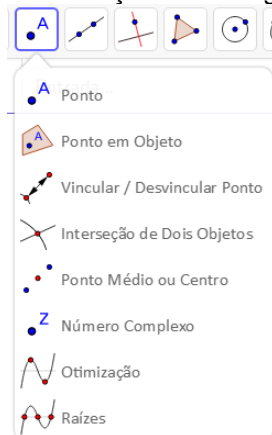
Figura 3: Funções do Geogebra



Fonte: O Autor

No segundo item, na Figura 4, podemos adicionar um ponto, ponto em um objeto, podemos vincular ou desvincular um ponto a algo, marcar a interseção de dois objetos, marcar o ponto médio ou centro, adicionar um número complexo, otimização e raízes.

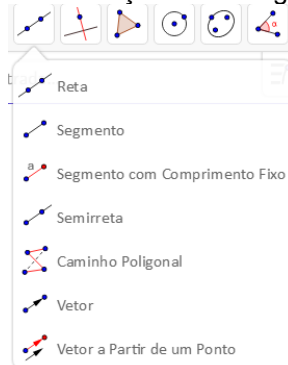
Figura 4: Funções do Geogebra



Fonte: O Autor

Na Figura 5, temos o terceiro item nele constam as opções de adicionar uma reta, um segmento, segmento com comprimento específico, uma semirreta, podemos também fazer um caminho poligonal, adicionar um vetor e um vetor a partir de um determinado ponto.

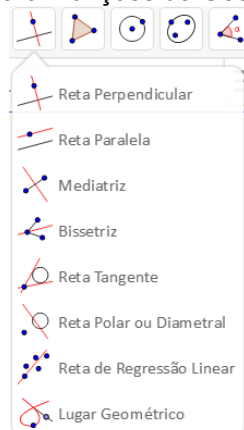
Figura 5: Funções do Geogebra



Fonte: O Autor

O quarto item tem as ferramentas voltadas para a trigonometria, como vemos na Figura 6, temos retas perpendiculares, paralelas, mediatriz, bissetriz entre outras funções.

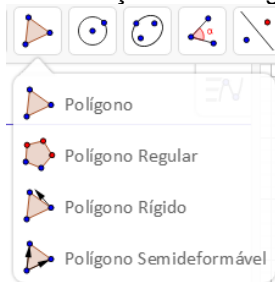
Figura 6: Funções do Geogebra



Fonte: O Autor

Na quinta opção encontramos funções para a construção de polígonos, vinde Figura 7.

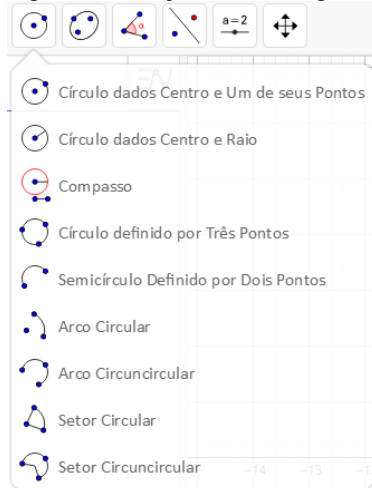
Figura 7: Funções do Geogebra



Fonte: O Autor

No sexto item temos diversas opções relacionadas a circunferência em geral, como vemos na Figura 8, temos formas para construção de círculos, semicírculos, arcos e setores.

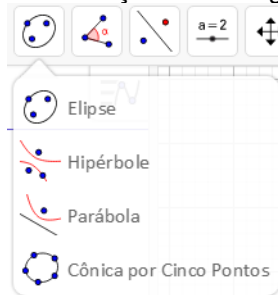
Figura 8: Funções do Geogebra



Fonte: O Autor

Na Figura 9 vemos as opções para a adição de elipses, hipérbolos, parábolas e cônicas.

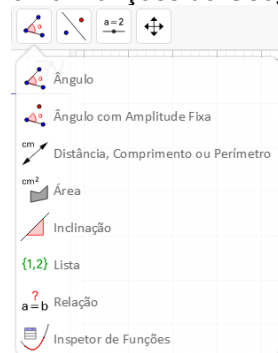
Figura 9: Funções do Geogebra



Fonte: O Autor

A oitava opção conta com adição de ângulos, distância, área, inclinação entre outros como vemos na Figura 10.

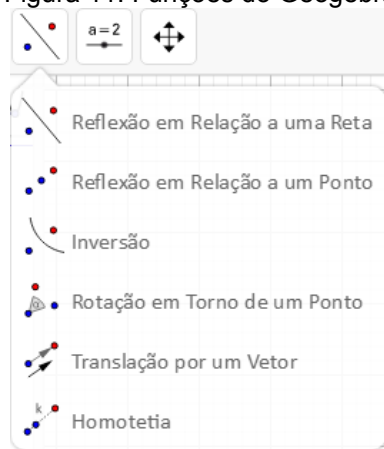
Figura 10: Funções do Geogebra



Fonte: O Autor

Na nona opção (Figura 11) podemos adicionar reflexões, inversão, fazer rotações, translações e homotetia, também relacionados a números complexos.

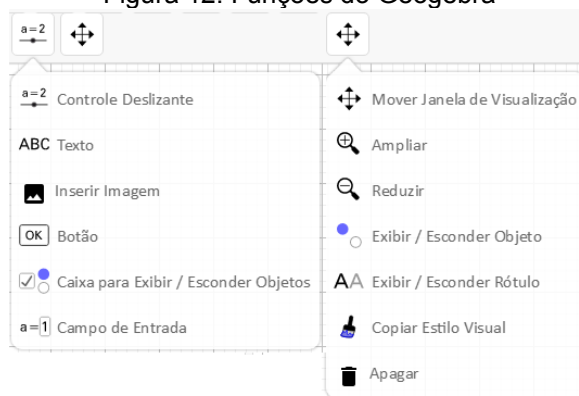
Figura 11: Funções do Geogebra



Fonte: O Autor

Os últimos itens possuem ferramentas mais específicas no programa como vemos na Figura 12.

Figura 12: Funções do Geogebra



Fonte: O Autor

Com a chegada e diversificação das tecnologias digitais nas escolas, ficou mais fácil ter acesso a programas como este, e assim novas possibilidades para o ensino são criadas. Visto que, no caso dos números complexos, explicar a teoria dos mesmos apenas com quadro e giz, se torna bem complicada de ser visualizada e compreendida pelos alunos.

Sabendo a dificuldade enfrentada pelos profissionais de ensino para com esta área da matemática, através do *software* Geogebra, este trabalho pretende analisar uma maneira mais intuitiva para o ensino de números complexos e verificar de fato, se há ou não benefícios do uso dessa ferramenta para o ensino

desde conteúdo que por muitas vezes não é bem entendido pelos alunos pela dificuldade de compreensão do mesmo e suas desconhecidas aplicabilidades.

Uma das várias vantagens da utilização das tecnologias digitais como aliadas para o ensino é a sua capacidade de, como vai dizer Kenski:

A tecnologia digital rompe com as formas narrativas circulares e repetidas da oralidade e com o encaminhamento contínuo e sequencial da escrita e se apresenta como um fenômeno descontínuo, fragmentado e, ao mesmo tempo, dinâmico, aberto e veloz. Deixa de lado a estrutura serial e hierárquica na articulação dos conhecimentos e se abre para o estabelecimento de novas relações entre conteúdos, espaços, tempos e pessoas diferentes. (KENSKI 2007, p 31 e 32).

Ou seja, a aprendizagem através de aplicativos e *softwares* educativos se utilizada sabiamente pelo profissional, trará um potencial de ensino muito superior aos métodos clássicos que ainda são muito utilizados nos tempos atuais. Como podemos ver, as tecnologias digitais trazem uma dinâmica de aprendizagem diferente dos tradicionais métodos baseados na linguagem oral e escrita, e junto com ela um potencial enorme a ser explorado.

Dentre outros fatores que influenciam para o uso das tecnologias digitais, temos também que, assim como expressa Assmann, “As novas tecnologias ampliam o potencial cognitivo do ser humano (seu cérebro/mente) e possibilitam mixagens cognitivas complexas e cooperativas” (ASSMANN, 2000 p. 9). Então temos mais um motivo para acreditar no potencial do uso das mais diversificadas tecnologias para o ensino.

3. METODOLOGIA DO TRABALHO

A pesquisa foi baseada em uma oficina que foi realizada com os alunos da UFGD, ao todo a pesquisa contou com 5 participantes do curso de licenciatura em matemática, sendo estes do período noturno, como foi uma oficina que teve como foco o uso de um *software* matemático para o ensino, foi decidido aplicar esta oficina na disciplina de Informática na Educação Matemática, onde está previsto na sua ementa e PCC o uso de tecnologias para o ensino da matemática, como podemos ver no Quadro II retirado do PCC do curso de matemática mais recente:

Quadro II: Ementa de Informática na Educação Matemática

Disciplina	Carga Horária				Natureza	Faculdade
	T	P	ES	Tot		
Informática na Educação Matemática	36	36h	-	72h	Obrigatória	FACET
EMENTA: Uso e análise de softwares destinados ao ensino de matemática para resolução de problemas de matemática na Educação Básica. Tecnologias da Internet aplicadas à educação e ao ensino de matemática. Principais ações do professor para a promoção da aprendizagem matemática dos alunos por meio do uso de tecnologias. Estrutura, organização e cuidados necessários para o planejamento de uma aula que prevê o uso de tecnologias no ensino de matemática.						
BIBLIOGRAFIA BÁSICA: ANDRADE, L. N. Introdução à Computação Algébrica com o Maple. Rio de Janeiro. Soc. Brasileira de Matemática. 2004. BALDIN, Y.Y. Atividades com o Cabri-Geometre. São Carlos. Edufscar. 2003. BORBA, Marcelo. Informática na Educação Matemática. Belo Horizonte. Autêntica. 2007.						
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR: BETTEGA, Maria Helena. Educação continuada na era digital. São Paulo, SP, 2004. 99p. LEVY, Pierre. As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Ed. 34, 2008. 204p. SANCHO, Juana Maria. Tecnologias para a transformar a educação. Porto Alegre, RS, 2006. 198p. ALMOULOU, S. A. A Informática e educação matemática. In: CEMA: Cadernos de Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP, 1997. ASSMANN, Hugo. A metamorfose do aprender na sociedade do conhecimento. In: ASSMANN, H. Redes digitais e a metamorfose do aprender. Petrópolis, RJ: Vozes, 2005. p. 13-32. BELINE, W.; COSTA, N. M. L. da. (Orgs.) Educação Matemática, Tecnologia e Formação de Professores: algumas reflexões. Campo Mourão: Editora da FECILCAM, 2010. 272 p.						

Fonte: PCC do Curso de Matemática UFGD, 2017, p. 43

Dado isto, a escolha dessa disciplina foi propícia para o que será trabalhado posteriormente neste trabalho. Na oficina foram apresentados os conceitos de números complexos como adição, subtração, multiplicação, propriedades de "i", relação com as coordenadas do plano cartesiano e propriedades comuns com os vetores, tudo isso de forma intuitiva e lúdica com o uso da ferramenta Geogebra e posteriormente a isso, a aplicação de problemas que mostram algumas das aplicações dos números complexos.

O roteiro da oficina aplicada pode ser encontrado no Apêndice deste trabalho. Os alunos gostaram bastante da oficina, a maioria já conhecia o software então foi um processo mais simples de se trabalhar, os mesmos reconheceram que foi mais interessante e mais fácil resolver os problemas dados com o uso do software.

Ao final da oficina foi aplicado um questionário contendo três questões pertinentes ao assunto: uso do GeoGebra para o ensino de número complexos. No quadro III, podemos ver quais foram estas questões:

Quadro III: Questionário

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none">1- Você considera que uma aula ministrada na forma como a que desenvolvemos usando o <i>software</i> Geogebra para o ensino dos números complexos na época em que você cursou o seria mais significativa e convidativa a aprendizagem? Explique.2- Na resolução dos problemas propostos, o uso do Geogebra mostrou-se como uma ferramenta potencialmente capaz de potencializar sua aprendizagem? Justifique.3- Pensando em todo o contexto para o uso dos recursos computacionais, imagine-se como professor atuante e conte-nos se você usaria o método apresentado para o ensino dos números complexos para seus alunos. Justifique. |
|---|

Fonte: O Autor

O método utilizado para a análise de dados foi o Discurso do Sujeito Coletivo (DSC) desenvolvido por Fernando Lefèvre e Ana Maria Cavalcanti Lefèvre. A técnica em questão, se faz com o uso em pesquisas de opinião, consistindo basicamente em analisar depoimentos feitos de questões abertas, agrupando os resultados dos depoimentos de sentidos parecidos em discursos feitos na primeira pessoa do singular, como se uma coletividade estivesse falando. Uma das vantagens deste método de pesquisa é que:

Ele representa uma mudança nas pesquisas qualitativas porque permite que se conheça os pensamentos, representações, crenças e valores de uma coletividade sobre um determinado tema utilizando-se de métodos científicos (FIGUEIREDO; CHIARI; de GOULART 2013, p 130).

Outro ponto muito importante a se destacar sobre o método, que é chamado por vários autores, inclusive seus criadores, de método quali-quantitativo, é o fato de que, como vai dizer Lefèvre e Lefèvre em 2000:

[...] com o DSC, os discursos não se anulam ou se reduzem a uma categoria comum unificadora, já que o que se busca fazer é precisamente o inverso, ou seja, reconstruir, com pedaços de discursos individuais, como em um quebra-cabeças, tantos discursos-síntese quantos se julgue necessário para expressar uma dada “figura”, ou

seja, um dado pensar ou representação social sobre um fenômeno (LEFÈVRE E LEFÈVRE, 2000, p.19).

Para se fazer a análise através do DSC são necessários alguns operadores, estes são as Expressões-Chave (E-Ch), as Idéias Centrais (ICs), as Ancoragens (ACs) e os Discursos do Sujeito Coletivo (DSCs), segue abaixo no quadro IV, feito por Figueiredo em 2015, uma explicação de forma simples o que cada um destes operadores representam.

Quadro IV: Operadores do DSC

<p>As E-Ch, são trechos selecionados do material coletado, que descrevem o conteúdo. E-Ch são trechos selecionados do material verbal de cada depoimento, que melhor descrevem seu conteúdo. Podem ser trechos contínuos ou descontínuos que o pesquisador deve selecionar que revelam a teoria subjacente. Ao selecionar as E-Ch, devemos retirar do discurso tudo o que for irrelevante, ficando apenas com partes que revelam a essência do pensamento, de forma literal ao como ele aparece.</p> <p>ICs são fórmulas sintéticas que descrevem o(s) sentido(s) presentes nos depoimentos de cada resposta e também nos conjuntos de respostas de diferentes indivíduos, que apresentam sentido semelhante ou complementar. São expressões linguísticas que expressam de forma mais objetiva o sentido ou os sentidos das E-Ch de cada discurso analisado. Em síntese as E-Ch são expressivas, literais enquanto as ICs são abstratas, conceituais.</p> <p>ACs são como as ICs, fórmulas sintéticas que descrevem não os sentimentos, mas as ideologias, os valores, as crenças, presentes no material verbal das respostas individuais ou das agrupadas, sob a forma de afirmações genéricas destinadas a enquadrar situações particulares. Na metodologia do DSC, considera-se que existem ACs apenas quando há, no material verbal, marcas discursivas explícitas dessas afirmações genéricas.</p> <p>DSCs são a reunião das E-Ch presentes nos depoimentos, que têm ICs e/ou ACs de sentido semelhante ou complementar.</p>

Fonte: Figueiredo, 2015, p. 79 e 80

Então, utilizando-se das técnicas do DSC foi elaborada a seguinte tabela, denominada Instrumento de Análise do Discurso 1 (IAD1), que contém todas as respostas dos participantes da pesquisa, referente as questões apresentadas no Quadro III.

Tabela IAD1

Expressões-Chave (E-Ch)	Ideias Centrais (IC)	Ancoragens (AC)
Sim. O geogebra mostra-nos o que está acontecendo de forma que consigamos entender uma expressão.	<ul style="list-style-type: none"> Compreensão e entendimento do que está sendo feito 	<ul style="list-style-type: none"> Potencial do <i>software</i>
Sim. Porém temos que nos aprimorarmos mais, pois algumas funções e algumas	<ul style="list-style-type: none"> Necessidade de aprender como usar o <i>software</i> 	<ul style="list-style-type: none"> Formação do professor

<p>funcionalidades ainda estão bem vagas em nossa mente.</p>		
<p>Não. No momento não usaria, porém aprimorando mais conhecimento e me capacitando melhor em um futuro gostaria muito de passar para nossos alunos a capacidade do <i>software</i> que explore novos conhecimentos e ajude a enxergar o que não conseguimos perceber.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Necessidade de aprender como usar o <i>software</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • Formação do professor
<p>Sim, pois o <i>software</i> proporciona uma interatividade entre o cálculo algébrico e é capaz de proporcionar a visualização do que está sendo feito. Dessa forma, provoca no aluno uma curiosidade, um desejo de aprender mais e poder construir e realizar mais coisas e dessa forma gera mais aprendizagem pois, quando o aluno busca ele transforma as informações em conhecimento.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interatividade • Compreensão e entendimento do que está sendo feito • Despertar interesse no aluno 	<ul style="list-style-type: none"> • Potencial do <i>software</i>
<p>Sim, muito, ele facilita a visualização, me fez perceber, quanto ele tem recursos, principalmente na rotatividade entre a parte imaginária e real.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Compreensão e entendimento do que está sendo feito • Vantagem do uso do <i>software</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • Potencial do <i>software</i>
<p>Sim, com certeza, gostaria e irei utilizar, pois dará significado aos cálculos e mostraria o quanto os números complexos é importante.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Compreensão e entendimento do que está sendo feito 	<ul style="list-style-type: none"> • Potencial do <i>software</i>
<p>Sim. Quanto mais recursos pedagógicos mais podemos compreender a questão e consequentemente visualizar o resultado de forma prática e abrangente.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Benefício do uso de recursos pedagógicos • Compreensão e entendimento do que está sendo feito 	<ul style="list-style-type: none"> • Recursos pedagógicos • Potencial do <i>software</i>

<p>Sim. O geogebra supera em agilidade e precisão quanto ao modo de demonstrar resultados e saímos da visão limitada.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Vantagem do uso do software 	<ul style="list-style-type: none"> • Potencial do software
<p>Pretendo usá-lo de forma constante e dinamizar o conteúdo para que possamos sair do conteúdo massante e dinamizar o aprendizado.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Vantagem do uso do software • Importância da renovação dos métodos pedagógicos 	<ul style="list-style-type: none"> • Potencial do software • Inovação
<p>Sim, primeiro porque à primeira vista parecem ser coisas totalmente diferentes, mas que, depois de posta no geogebra, dá mais significado e é mais fácil de entender do “porquê” das coisas. Outro ponto que também é importante é que se trata de uma coisa nova, aprender um conteúdo aparentemente difícil é bem mais convidativo do que em uma aula cheia de explicações e quadros lotados de conteúdo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Compreensão e entendimento do que está sendo feito • Importância da renovação dos métodos pedagógicos 	<ul style="list-style-type: none"> • Potencial do software • Inovação
<p>Sim, pois além de apresentar a solução do problema, conseguimos também praticar todas as funções do programa.</p>		
<p>Sim, pelo fato de ser uma coisa nova, isso prenderia totalmente o aluno pela curiosidade e a sala com certeza aprenderia.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Despertar interesse no aluno 	<ul style="list-style-type: none"> • Potencial do software
<p>Sim. Pois para o estudo da matemática fica mais atrativo e faz com que se possa entender melhor o que está acontecendo quando calculamos operações com os números complexos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Despertar interesse no aluno • Compreensão e entendimento do que está sendo feito 	<ul style="list-style-type: none"> • Potencial do software
<p>Sim. O fato de aprender a resolver os problemas de números complexos e ao mesmo tempo manuzear o geogebra, além de fazer enxergar os passos e</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Compreensão e entendimento do que está sendo feito • Necessidade de aprender 	<ul style="list-style-type: none"> • Potencial do software • Formação do professor

desenvolvimento dos cálculos em forma de figuras, funções e vetores.	como usar o software	
Sim. Acho muito atrativo e irá acrescentar muito aos alunos e também a mim quanto docente, pois é muito útil e informativo quando bem manuseado.	<ul style="list-style-type: none"> • Despertar interesse no aluno • Necessidade de aprender como usar o software 	<ul style="list-style-type: none"> • Potencial do software • Formação do professor

Os textos escritos nos E-Chs foram obtidos por meio das respostas dos questionários aplicados aos colaboradores do estudo. É importante destacar que a escrita preserva a forma literal das respostas dadas por eles. As ICs foram identificadas por meio de minha subjetividade ao ler as respostas dadas pelos colaboradores e para destaca-las usei o recurso de cores, atribuindo uma cor para cada ideia central que identificava. As ACs apresentam teorias incorporadas as falas singulares, nas quais pude identificar por meio da leitura e do destaque das ICs.

Após este procedimento, foi elaborada uma segunda tabela denominada Instrumento de Análise do Discurso 2 (IAD2), na qual as E-Chs semelhantes ou de mesmo sentido foram agrupadas e no manusear da técnica foi possível construir um discurso coletivo.

Tabela IAD2

Expressões Chave	DSC ⁵
O geogebra mostra-nos o que está acontecendo é capaz de proporcionar a visualização do que está sendo feito ele facilita a visualização pois dará significado aos cálculos e mostraria o quanto os números complexos é importante. visualizar o resultado de forma prática e abrangente. dá mais significado e é mais fácil de entender do “porquê” das coisas faz com que se possa entender melhor o que está acontecendo	O geogebra mostra-nos o que está acontecendo, ele é capaz de proporcionar a visualização do que está sendo feito, assim é mais fácil entender o “porquê” das coisas, com isso, dará significado aos cálculos e mostraria o quanto os números complexos é importantes. Por fazer enxergar os passos e desenvolvimento dos cálculos, provoca no aluno uma curiosidade, um desejo de aprender mais e poder construir e realizar mais coisas pois o estudo da matemática fica mais atrativo. Com o geogebra temos uma

⁵ Os possíveis erros ortográficos encontrados no DSC estão presentes para a preservação da forma original com que seus colaboradores escreveram.

quando calculamos operações com os números complexos fazer enxergar os passos e desenvolvimento dos cálculos em forma de figuras, funções e vetores. provoca no aluno uma curiosidade, um desejo de aprender mais e poder construir e realizar mais coisas prenderia totalmente o aluno pela curiosidade Pois para o estudo da matemática fica mais atrativo muito atrativo e irá acrescentar muito aos alunos e também a mim quanto docente quanto ele tem recursos, principalmente na rotatividade supera em agilidade e precisão quanto ao modo de demonstrar resultados usá-lo de forma constante e dinamizar o conteúdo

interatividade entre o cálculo algébrico

temos que nos aprimorarmos mais aprimorando mais conhecimento e me capacitando melhor em um futuro gostaria muito de passar para nossos alunos a capacidade do *software* aprender a manuzear o geogebra é muito útil e informativo quando bem manuzeado.

Quanto mais recursos pedagógicos mais podemos compreender a questão para que possamos sair do conteúdo massante é bem mais convidativo do que em uma aula cheia de explicações e quadros lotados de conteúdo

interatividade entre o cálculo algébrico e, usando-o de forma constante podemos dinamizar o conteúdo para que assim possamos sair do conteúdo massante, pois é bem mais convidativo do que em uma aula cheia de explicações e quadros lotados de conteúdo. Para que isto aconteça, temos que nos aprimorarmos mais e nos capacitando pois aprender a manuzear o geogebra é muito útil pois quanto mais recursos pedagógicos, mais podemos compreender a questão, mas claro, quando bem manuzeado.

4. ANÁLISE DO DISCURSO COLETIVO

Através da organização das respostas dos alunos, coletadas por meio do questionário aplicado, com base na técnica do DSC foi produzido um único discurso o qual intitulamos “A potencialidade do uso do Geogebra para o ensino de Números Complexos”. Dito isto, agora analisaremos o DSC, visto que ele se trata de um texto coletivo, buscando assim compreender o que esse coletivo de alunos pensa sobre a potencialidade de *software* GeoGebra para o ensino e para a aprendizagem da matemática.

Nós da área das exatas, sobretudo da área da matemática, sabemos o quão complexo e abstrato um conteúdo é ou pode se tornar dependendo da forma como o mesmo é ensinado, e esta abstração, ou até mesmo esta falta de “significado” para o aluno cria uma barreira para que o mesmo possa produzir um entendimento do conteúdo, neste sentido, o GeoGebra, como ferramenta, vem para nos ajudar nesta questão, mostrando também a importância dos conteúdos apresentados através do mesmo, visto que quando o aluno entende e dá significado ao conteúdo, este é capaz também de encontrar suas possíveis aplicações, no caso em questão, ajudando todos a entenderem o que acontece com o conjunto dos números complexos.

Outro ponto muito interessante é que o aluno vê o que está acontecendo e como é o processo da resolução de problemas (entende-se neste caso, resolução de problemas no sentido mais usual/cotidiano e não como uma metodologia), o que é muito importante para sua formação como indivíduo, pois como vai dizer DINIZ:

[...] a Resolução de Problemas deve ser entendida como uma competência mínima para que o indivíduo possa inserir-se no mundo do conhecimento e do trabalho. Ao final da década de 70 e durante os anos 80, [...] a Resolução de Problemas ganha essa dimensão, na qual surgem indicações claras de que todos os alunos devem aprender a resolver problemas e de que são necessárias escolhas cuidadosas quanto as técnicas e aos problemas a serem usados no ensino (DINIZ, 2001, p. 88).

Assim, a importância de métodos variados como o *software* GeoGebra por exemplo, auxiliam nesse processo para que o aluno entenda como se dá a resolução de problemas. No que diz respeito aos números complexos, vemos que desenvolve um envolvimento, uma curiosidade, uma vontade em querer saber mais e assim destacamos que de fato o aluno está no caminho da

aprendizagem, e isto é muito importante pois na era atual com todas as tecnologias presentes, o professor tem um novo papel adicionado, como já disse Moran (1995, p. 6) “O professor se transforma agora no estimulador da curiosidade do aluno por querer conhecer, por pesquisar, por buscar a informação mais relevante”. É claro que nos tempos atuais esta afirmação se faz cada vez mais presente no papel do professor, e como pode ser visto no DSC elaborado, de fato o GeoGebra estimula esta curiosidade, ajudando assim no papel do professor também.

Claro que antes de mais nada, é necessário que nós professores aprendamos a utilizar as mais distintas tecnologias aliadas aos conhecimentos do conteúdo matemático, e também assumirmos uma posição crítica e de filtragem dos conteúdos para os alunos, ou seja:

É necessário, igualmente, trabalhar com o conhecimento adquirido e com a busca de novas informações ao se capacitar continuamente para acompanhar as mudanças estruturais dos saberes. O docente também deve assumir a postura de questionamento e criticidade diante das informações, bem como precisa exercer o papel de orientação e cooperação com os discentes, ensinando-os a aprender e aprender ensinando (HACK; NEGRI, 2010, p. 92).

No discurso coletivo apresentado (DSC) poderemos ver que ele traz todos estes pontos, mostrando o que o coletivo percebe com a utilização do GeoGebra para o ensino de números complexos.

O geogebra mostra-nos o que está acontecendo, ele é capaz de proporcionar a visualização do que está sendo feito, assim é mais fácil entender o “porquê” das coisas, com isso, dará significado aos cálculos e mostraria o quanto os números complexos é importantes. Por fazer enxergar os passos e desenvolvimento dos cálculos, provoca no aluno uma curiosidade, um desejo de aprender mais e poder construir e realizar mais coisas pois o estudo da matemática fica mais atrativo. Com o geogebra temos uma interatividade entre o cálculo algébrico e, usando-o de forma constante podemos dinamizar o conteúdo para que assim possamos sair do conteúdo massante, pois é bem mais convidativo do que em uma aula cheia de explicações e quadros lotados de conteúdo. Para que isto aconteça, temos que nos aprimorarmos mais e nos capacitando pois aprender a manuzear o geogebra é muito útil pois quanto mais recursos pedagógicos, mais podemos compreender a questão, mas claro, quando bem manuzeado.

DSC - A potencialidade do uso do Geogebra para o ensino de Números Complexos⁶

Através do DSC – A potencialidade do uso do Geogebra para o ensino de Números Complexos, podemos constatar cinco pontos apresentados pelo coletivo, sendo estes:

- O poder visual;
- A importância dos números complexos;
- A curiosidade;
- A dinamicidade;
- Necessidade de capacitação e importância dos recursos pedagógicos.

⁶ O Discurso apresenta na íntegra a forma de escrita dos colaboradores do estudo. Possíveis equívocos gramaticais são decorrentes da transcrição literal de suas escritas.

O discurso coletivo nos mostra que os alunos, futuros docentes percebem o grande potencial que o GeoGebra possui para o ensino de modo geral e especificamente para o ensino de números complexos, o *software* se destaca perante aos demais por unir a representação algébrica com a geométrica, assim como vai dizer Petla (2008, p. 20) “Esta possibilidade de integrar em um mesmo *software* ferramentas de geometria e álgebra configura ao Geogebra o local de destaque no campo de *softwares* educacionais”, vemos claramente isto presente no discurso quando é dito que “O geogebra mostra-nos o que está acontecendo, ele é capaz de proporcionar a visualização do que está sendo feito, assim é mais fácil entender o ‘porquê’ das coisas” (DSC). Vemos aí a importância do poder visual oferecido pelo programa.

Borba já dizia em 2010 sobre esta característica visual que os *softwares* podem realçar para o ensino de matemática e sua importância:

Os *softwares* educacionais têm a capacidade de realçar o componente visual da matemática atribuindo um papel importante à visualização na educação matemática [...] é possível dizer que o *software* torna-se ator no processo de fazer matemática (BORBA, 2010, p. 3).

Mas o porquê de ser tão efetivo com os números complexos? Sabemos que o conjunto dos números complexos foge um pouco dos demais conjuntos justamente pelo fato de existirem números que podemos imaginar onde estão no plano, algo que na teoria está fora do plano cartesiano conhecido, e até mesmo para professores com vários anos de carreira parece algo difícil de assimilar, imagine explicar para os alunos através de quadro e giz, agora se imagine pedindo para o aluno imaginar a rotação entre os números. Mais uma vez, a possibilidade da conciliação com a parte geométrica e algébrica dá uma melhor visão de como ocorre a rotação, no roteiro apresentado no Apêndice é possível ver nas partes 4 e 7 como acontece.

No discurso, destacamos que “[..] dará significado aos cálculos e mostraria o quanto os números complexos é importantes” (DSC), por mostrar melhor as propriedades dos números complexos de uma forma mais visual, o GeoGebra desperta no aluno a noção de onde pode ser aplicado este conjunto na vida real, já que nos mostra seu “funcionamento”, assim pode-se analisar e debater com mais clareza sobre a importância dos números complexos, e isso

desperta uma curiosidade no aluno, vemos bem isto quando é dito que o *software* “provoca no aluno uma curiosidade, um desejo de aprender mais e poder construir e realizar mais coisas pois o estudo da matemática fica mais atrativo” (DSC).

Mostrar como os números complexos funcionam para assim dar experiência para os alunos de como este conjunto pode ser aplicado na realidade é muito importante para gerar o interesse do aluno, como diz Fialho (2008, p. 1) “Para despertar o interesse do aluno para a aprendizagem é necessário o uso de uma linguagem atraente, capaz de aproximá-lo o máximo possível da realidade, transformando os conteúdos em vivência”.

Sabemos que há uma grande dificuldade em trazer os conteúdos de números complexos para o contexto do aluno, mas com base no discurso vemos que os participantes se sentiram interessados apenas por imaginar e saber algumas de suas aplicações na realidade do mundo moderno. Um ponto muito importante a se analisar também e que também acredito ser algo um pouco saturado já com vários trabalhos falando sobre esta temática, foi a importância de sair do ensino tradicional no qual se faz presente apenas a lousa e um professor passando grandes quantidades de conteúdos e exercícios, vemos no discurso quando é dito que: “podemos dinamizar o conteúdo para que assim possamos sair do conteúdo massante, pois é bem mais convidativo do que em uma aula cheia de explicações e quadros lotados de conteúdo” (DSC).

De fato, o ensino tradicional se baseia na repetição de exercícios onde o professor é tido como o detentor de todo conhecimento e o transmite para o aluno, como expressa Saviani (1999, p. 56):

Eis, pois, a estrutura do método tradicional; na lição seguinte começa-se corrigindo os exercícios, porque essa correção é o passo da preparação. Se os alunos fizeram corretamente os exercícios, eles assimilaram o conhecimento anterior, então eu posso passar para o novo. Se eles não fizeram corretamente, então eu preciso dar novos exercícios, é preciso que a aprendizagem se prolongue um pouco mais, que o ensino atente para as razões dessa demora, de tal modo que, finalmente, aquele conhecimento anterior seja de fato assimilado, o que será a condição para se passar para um novo conhecimento.

Evidentemente, este método é desgastante e torna a aprendizagem algo não prazeroso, e vemos no discurso como os alunos sentem este tipo de

abordagem. A utilização de *softwares* como o GeoGebra resolve esse problema com grande qualidade pois traz dinamicidade para a aula.

Para que todas as vantagens do uso do GeoGebra aconteçam é necessário que nós professores estejamos cientes da necessidade de estarmos em constante aprimoramento e sempre em busca de capacitação, pois devemos saber utilizar *softwares* capazes de melhorar o ensino, vemos no discurso que este ponto também foi observado:

Para que isto aconteça, temos que nos aprimorarmos mais e nos capacitando pois aprender a manuzear o geogebra é muito útil pois quanto mais recursos pedagógicos, mais podemos compreender a questão, mas claro, quando bem manuseado (DSC).

Os recursos didáticos são grandes aliados na construção do conhecimento e afirmando o que foi dito no discurso, Castoldi e Polinarski vão dizer que:

[..] uma aula aliada a recursos didático-pedagógicos torna-se mais motivadora e menos cansativa, quando comparada com a aula expositiva tradicional, normalmente utilizada nas salas de aula do ensino fundamental, médio e até superior (CASTOLDI; POLINARSKI, 2009).

Então vemos como o discurso apontou vários pontos importantes e de destaque para a avaliação do *software* GeoGebra e sua potencialidade para o ensino de números complexos, e de modo, a sua capacidade de trazer à aula uma dinâmica diferente do que estamos acostumados e gerando uma aprendizagem de qualidade, e é claro, despertando o interesse do aluno, o que é primordial para a aprendizagem.

No discurso como um todo, destacamos que de uma maneira geral, o coletivo expressou a eficácia do uso do *software* GeoGebra para o ensino de números complexos e, mais do que isso, expressou também a capacidade do mesmo de gerar interesse no aluno e de mostrar nuances de como acontecem os cálculos e até mesmo como ocorrem algumas propriedades dos números, em específico neste trabalho, números complexos. O discurso também foi capaz de nos mostrar o quão importante é que os professores estejam sempre se capacitando, sempre se renovando e inovando, para assim estarem preparados para trazer uma aula mais produtiva e interessante.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final deste trabalho, podemos concluir que o uso de *softwares* para o ensino de matemática é extremamente importante, se utilizados corretamente mostram uma capacidade superior se comparado ao ensino tradicional. Vimos que o *software* GeoGebra é extremamente eficaz no ensino de números complexos e também para o ensino de matemática em geral.

Esta pesquisa foi muito satisfatória e trouxe uma perspectiva diferenciada para mim e com toda certeza as marcas que esta deixou farão parte de minha trajetória profissional. Fazer a análise de um Discurso Coletivo sem dúvidas vai ser de grande importância na minha vida bem como também o resultado deste trabalho, sabendo quão poderosos são os *softwares* de maneira geral, para o ensino da matemática.

Aprender e usar a Técnica do DSC foi muito prazeroso e interessante, antes deste trabalho eu só tinha ouvido falar sobre a técnica mas não conhecia realmente seu funcionamento, montar um discurso coletivo com base em discursos individuais foi muito enriquecedor e trouxe um resultado muito bom como pode ser visto, apesar de ser uma técnica que pode ficar bem complexa dependendo de como se trabalha com ela, ocorreu tudo de maneira tranquila, o maior desafio que tive foi ter em mãos uma quantidade não tão grande de elementos textuais, acredito que em maior número de participantes o resultado seja ainda melhor.

Particularmente, este trabalho também me trouxe um certo fascínio pelo conjunto dos números complexos, um conjunto pouco explorado no ensino básico, mas de grande aplicabilidade, e também com diversas propriedades interessantes, estudar sobre este conjunto foi muito prazeroso para minha pessoa e crescimento pessoal, e assim como foi para minha pessoa, espero que este trabalho seja capaz de surtir os mesmos efeitos para quem for lê-lo.

Estar nesse processo de finalização do curso, dando voz aos alunos que nele permanecerão por mais um tempo me fez perceber o quanto a pesquisa se faz necessária em todo o processo de formação inicial do futuro professor, como consequência de compreender nossa futura profissão como um espaço inesgotável de fazer pesquisa.

O uso de *softwares* aplicados a metodologias de ensino diferenciadas pode trazer uma visão diferente acerca dos conteúdos abordados, trazendo um conhecimento ainda maior para o aluno e para o professor, pois o professor aprende a ensinar de novas maneiras assim como o aluno consegue aprender de maneira significativamente melhor em relação a não utilização destes *softwares*.

De fato, o GeoGebra se mostrou dono de um potencial enorme para o ensino de números complexos como pode ser visto no decorrer deste trabalho, e por existir a questão visual que nos é oferecida, ensinar os conceitos através do software também é algo positivo e benéfico para o ensino como foi visto.

Desta forma, com base no DSC considero que o Geogebra pode potencializar o processo de ensinar e aprender números complexos, uma vez que por meio deste *software* se tem um melhor entendimento visual no que diz respeito as propriedades e relação que podemos fazer com os números complexos, bem como através do mesmo, podemos debater e experimentar algumas possíveis aplicação deste conjunto, trazendo assim um interesse maior por parte do aluno bem como também uma aprendizagem mais significativa.

6. REFERÊNCIAS

- ASSMANN, H. **A Metamorfose do Aprender na Sociedade da Informação**. Ci. Inf., Brasília, v. 29, n.2, p. 7-15, 200;
- BORBA, M. de C. **Softwares e Internet na Sala de Aula de Matemática**. X Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Salvador – BA, 7 a 9 de Julho de 2010;
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/bncc-ensino-medio>> Acesso em 06 de dezembro de 2018.;
- CANAVARRO, A. P. (2011). **Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios**. *Educação e Matemática*, 115, 11-17;
- CASTOLDI, R.; POLINARSKI, C. A. **A Utilização de Recursos Didático-Pedagógicos na Motivação da Aprendizagem**. I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia – 2009.
- D' AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Perspectivas em Educação Matemática. 1996. Papirus;
- FIALHO, N. N. **Os Jogos Pedagógicos Como Ferramentas de Ensino**. Congresso nacional de educação, 2008;
- FIGUEIREDO, M. Z. A.; CHIARI, B. M.; de GOULART, B. N. G. **Discurso do Sujeito Coletivo**: uma breve introdução à ferramenta de pesquisa qualiquantitativa. *Distúrb Comun, São Paulo*, 25(1): 129-136, abril, 2013;
- FIGUEIREDO, T. D. **Os Professores de matemática e as Tecnologias Digitais**: Uma Cultura Docente em Ação. 2015. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande/RS;
- GEOGEBRA. **Website do software GeoGebra**. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/?lang=pt>> Acesso em 06 de dezembro de 2018;
- HACK, J. R.; NEGRI, F. **Escola e tecnologia: a capacitação docente como referencial para a mudança**. *Ciências & Cognição* 2010; Vol 15 (1): 089-099. Publicado on-line em 20 de abril de 2010;
- IEZZI, G. **Fundamentos da Matemática Elementar Volume 6**. Editora Atual 1997;
- KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologia: O Novo Ritmo da Informação**. – 8ª ed.– Campinas, SP: Papirus, 2012;
- LEFEVRE, F.; LEFEVRE, A. M. C.; TEIXEIRA, J. J. V. (Org.). **O discurso do sujeito coletivo**: uma nova abordagem metodológica em pesquisa qualitativa. Caxias do Sul: EDUCS, 2000;
- MORAN, J. M. **Novas tecnologias e o re-encantamento do mundo**. Publicado na revista *Tecnologia Educacional*. Rio de Janeiro, vol. 23, n.126, setembro-outubro 1995, p. 24-26;

PETLA, R. J. **GeoGebra – Possibilidades para o Ensino de Matemática**. União da Vitória. 2008;

SAVANI, D. **Escola e Democracia**: teorias da educação, curvatura da vara, onze teses sobre educação e política. 32ª ed. Campinas, SP. Editora Autores Associados. 1999;

DINIZ, M. I. Os problemas convencionais nos livros didáticos. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 99 - 102;

UFGD. **Projeto Pedagógico do Curso de Matemática** da Universidade Federal da Grande Dourados. 2017;

7. APÊNDICE

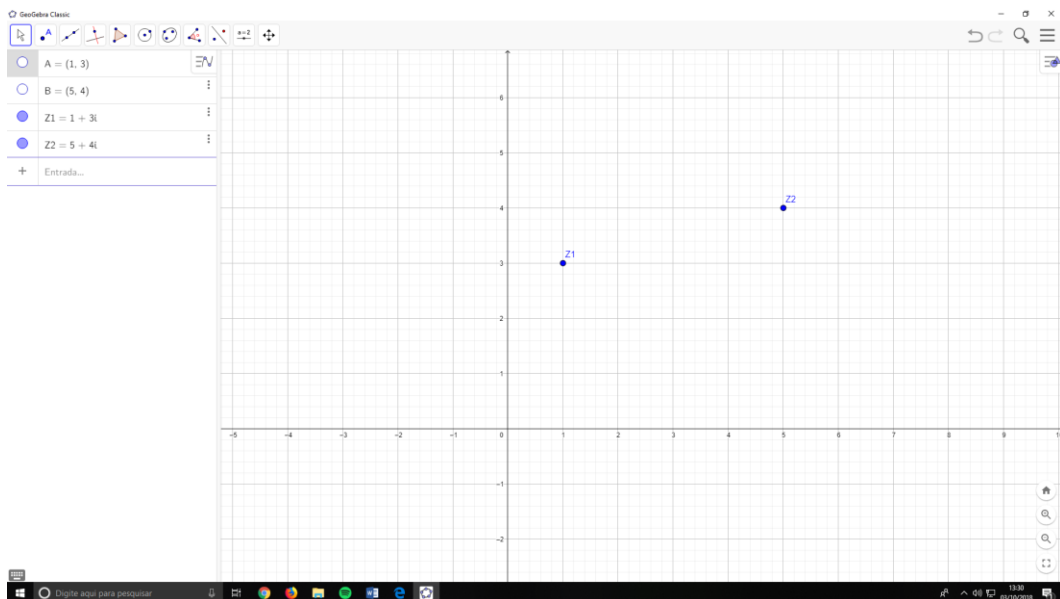
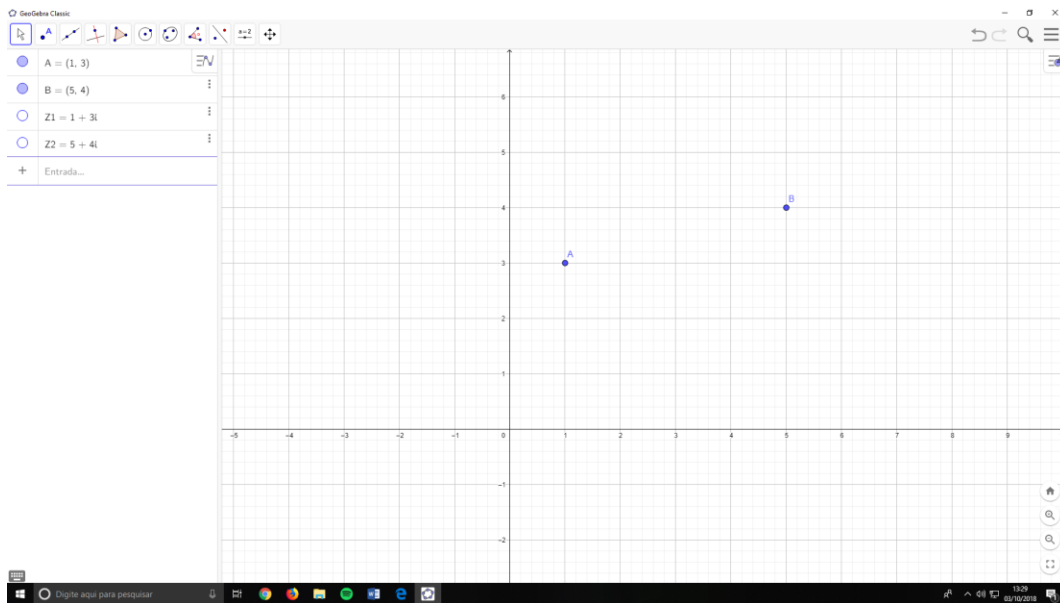
Roteiro da Oficina de Números Complexos através do Geogebra:

Como a oficina será realizada para os graduandos de matemática, a abordagem de cada tópico será mais curta e sucinta do que seria para alunos que ainda desconhecem o conjunto.

Parte 1:

A primeira parte consistirá na apresentação do programa Geogebra bem como também o motivo da oficina e o que buscamos com a mesma com uma breve revisão do que é um número complexo da forma $a + bi$.

Em seguida, após esta breve introdução, faremos a associação de uma coordenada do plano cartesiano com um número complexo no plano de Argand-Gauss mostrando dois exemplos:



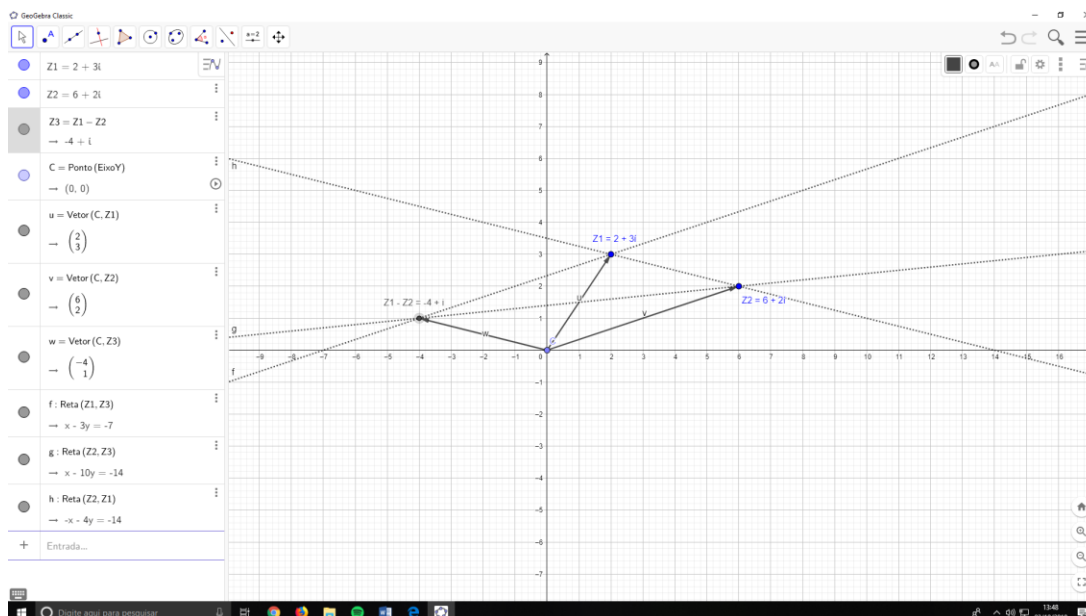
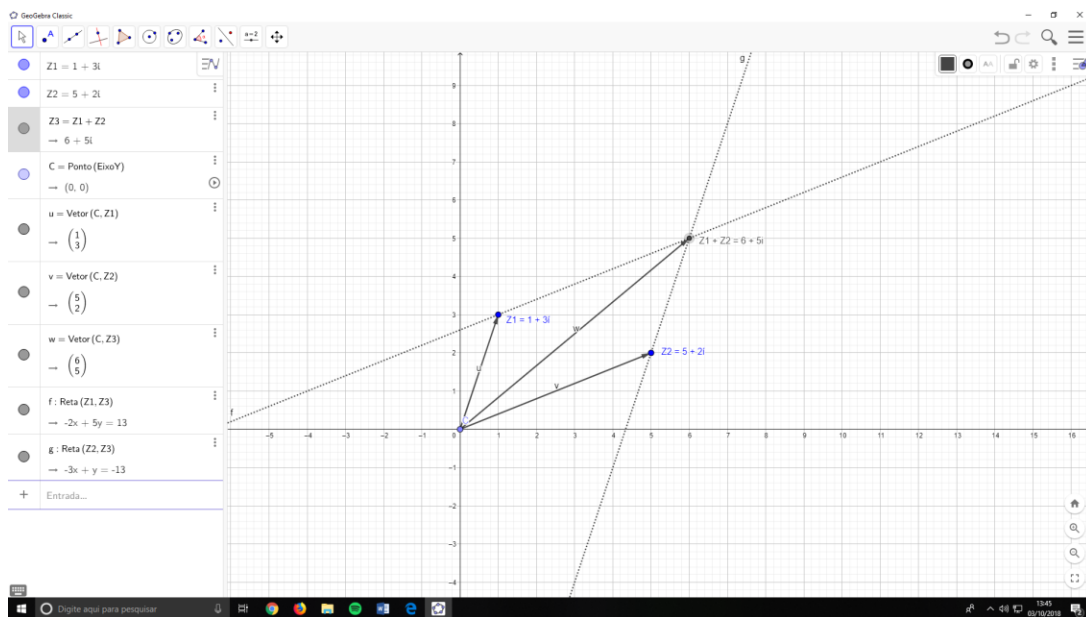
Serão feitos alguns questionamentos para os alunos como por exemplo:

Há alguma relação entre uma coordenada no plano cartesiano e número complexo?

Como saber qual a parte real e a parte imaginária utilizando pares ordenados?

Parte 2:

Explicar e exemplificar através do Geogebra como é feita a adição e subtração de um número complexo:



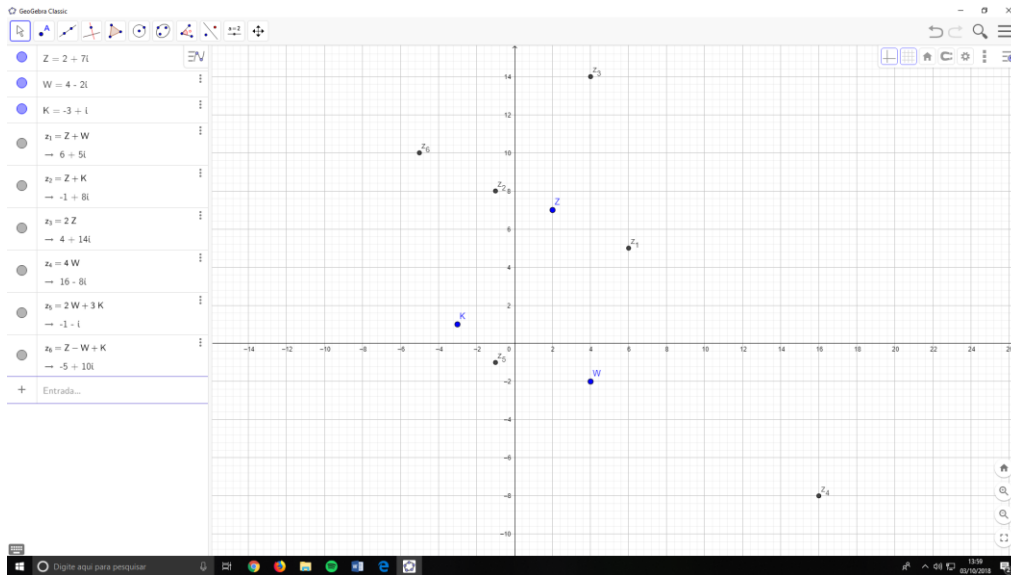
Explicar que a união de seus respectivos vetores de centro na origem, formam um paralelogramo onde a diagonal é na soma representa o vetor resultante através de questionamentos e testando diversos valores.

Parte 3:

Multiplicação por um escalar, fazer com que vejam intuitivamente o que acontece através de cálculos feitos com números complexos no geogebra:

Considere os números complexos $z = 2 + 7i$, $w = 4 - 2i$, $k = -3 + i$ e utilize o GeoGebra para calcular:

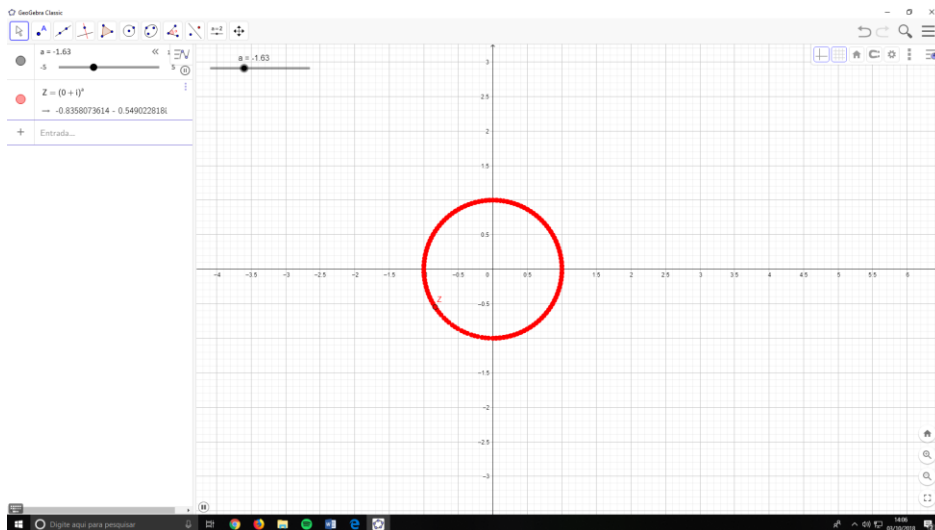
- a) $z + w$ b) $z + k$ c) $2z$ d) $4w$ e) $2w + 3k$ f) $z - w + k$



Perguntar, o que acontece se multiplicarmos por i ?

Parte 4:

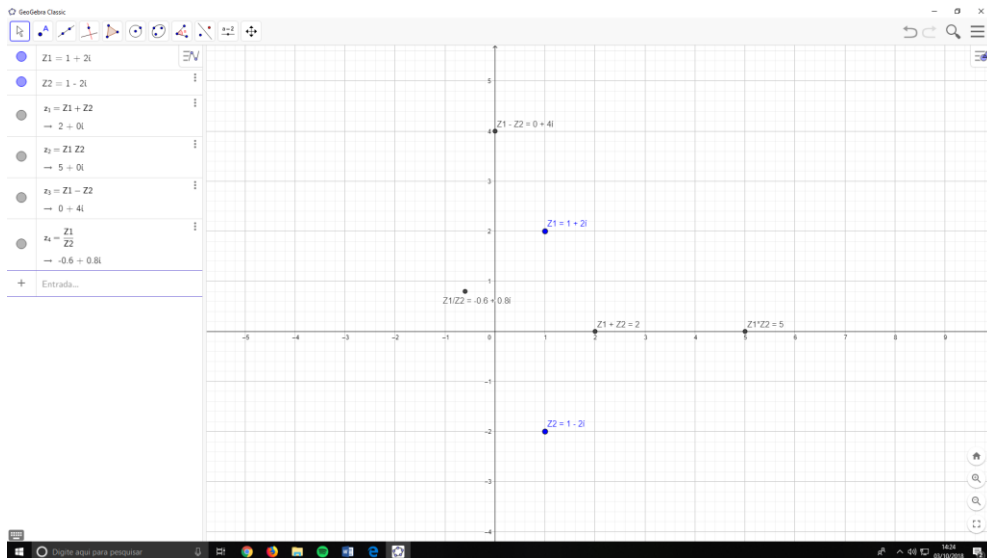
Explicando as potencias de i através do Geogebra:



Usando a ferramenta rastro mostrar que o valor das potencias de i terá sempre um raio 1, onde $i^0 = 1$, $i^1 = i$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$ e mostrar que a partir daí, a sequência se repete.

Parte 5:

Mostrar o que o conjugado de um número complexo faz com ele no plano de Argand-Gauss:



Parte 6:

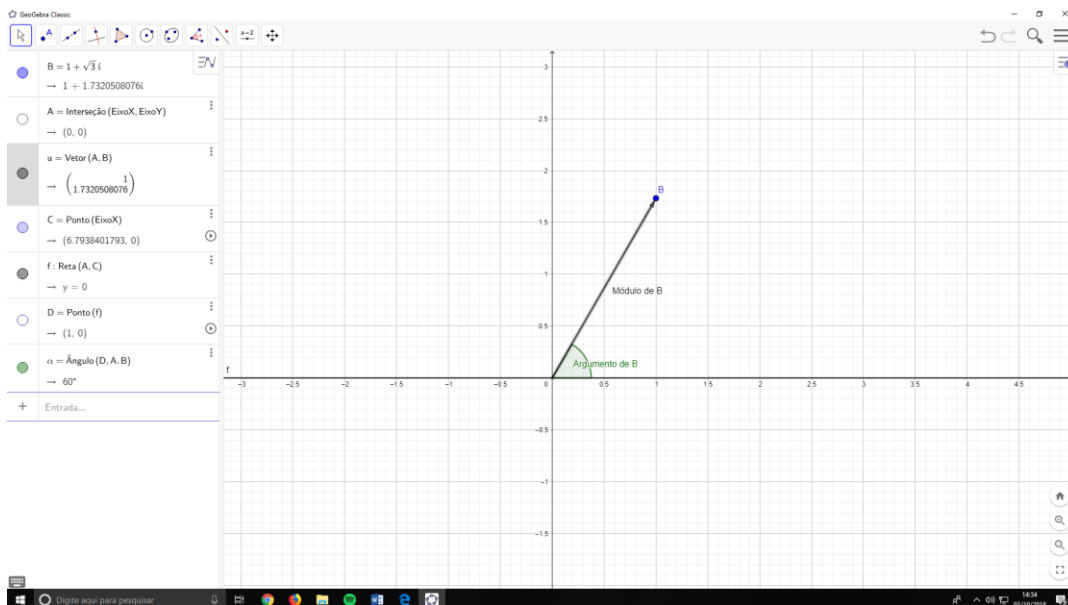
Forma Trigonométrica:

$z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$ que é a forma trigonométrica de um número complexo.

Módulo: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Argumento: $\theta = \arg(z)$, falar da norma, que é $a^2 + b^2$.

Exemplo: $B = 1 + \sqrt{3}i$



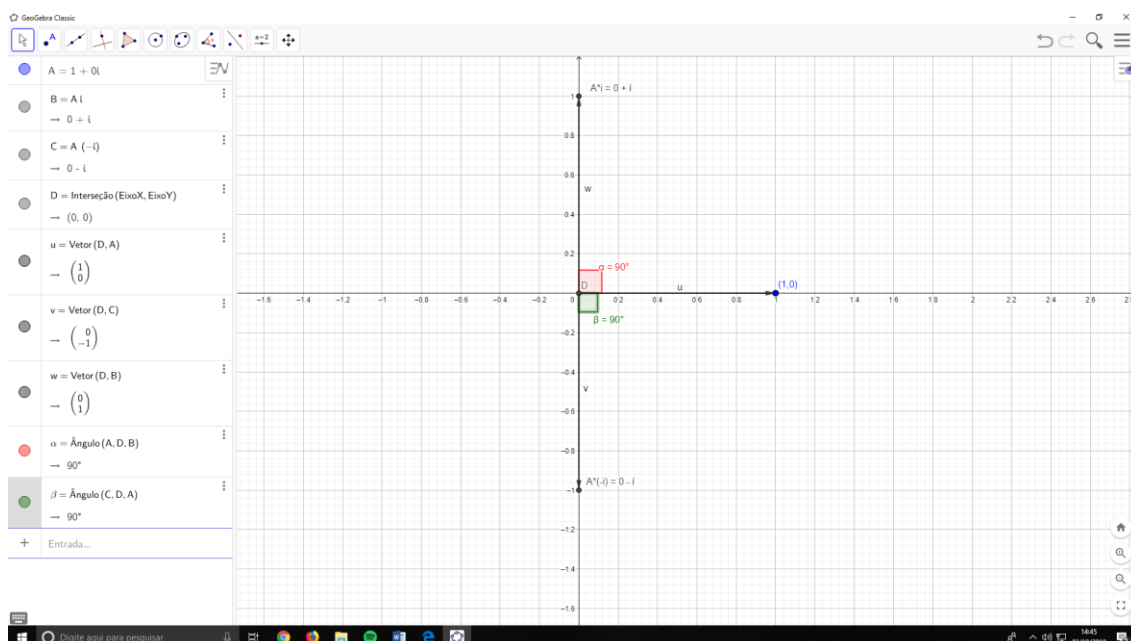
Após explicar os conceitos de módulo e Argumento e pedir para encontrar :

Utilizando o GeoGebra, determine o modulo e o argumento e represente na forma trigonométrica e de a representação gráfica dos seguintes números complexos:

- a) 3 b) $1 + \sqrt{3}i$ c) $2i$ d) $-\sqrt{2} - \sqrt{2}i$

Parte 7:

Explicar a propriedade de rotação que os números complexos exercem no plano:



Após explicação destes conceitos, serão propostas as seguintes atividades:

Parte 8:

Atividades:

Problema 1: Considere o quadrado ABCD cuja diagonal AC tem extremidades A(2,2) e C(7,5). Determine as coordenadas dos vértices B e D.

Utilize o Geogebra para chegar a um método de se calcular

Problema 2: (IME 79/80) Um velho manuscrito descreve a localização de um tesouro enterrado: Há somente duas árvores, A e B, em um terreno plano, e um canteiro de tomates. A é uma mangueira, e B é uma jabuticabeira. A partir do centro K do canteiro, meça a distância em linha reta até a mangueira. Vire 90° à esquerda e percorra a mesma distância até o ponto C. Volte ao centro do canteiro. Meça a distância em linha reta até a jabuticabeira. Vire 90° à direita e percorra a mesma distância até o ponto D. O tesouro está no ponto médio T do segmento CD. Um aventureiro achou o manuscrito, identificou as árvores, mas como o canteiro desapareceu com o passar do tempo, não conseguiu localizá-lo, e desistiu da busca. O aluno Sá Bido, do IME, nas mesmas condições, diz que seria capaz de localizar o tesouro. Mostre como você resolveria o problema, isto é, dê as coordenadas de T em função das coordenadas de $A = (5,3)$ e $B = (8,2)$.

Agora, utilizando o Geogebra, é possível determinar o valor de K? Se sim, Qual seu valor?

Problema 3: (ITA) O produto dos números complexos $Z = x+yi$, que têm módulo igual a $\sqrt{2}$ e se encontram sobre a reta $y = 2x-1$ contida no plano complexo, é igual a:

Obs: Utilize o Geogebra para visualizar e calcular no que for possível.

Problema 4: Suponha que você tenha um fio de arame com 85 metros de comprimento e quer dividi-lo em duas partes, cada parte um número inteiro, e com cada parte fazer um quadrado preenchido, pergunta-se: qual deve ser o tamanho de cada parte? **Existe mais de uma possibilidade?**

Utilize o Geogebra para o que for necessário.

Problema 5: (Problema de Cardano) Divida 10 em duas partes tal que o produto dessas partes seja 40.

- a) Esse problema possui solução no conjunto dos números reais?
- b) E se fosse dividir 12 em duas partes tal que o produto seja 35?

Utilize o Geogebra para auxiliar nas questões.